**Λύσεις ασκήσεων (1ο Φυλλάδιο):**

Αγαπητοί μου μαθητές….

Για όσοι από εσάς ασχοληθήκατε με τις ασκησούλες σας στέλνω τις λύσεις ώστε να λυθούν απορίες σας….

Αν δεν είχατε την διάθεση να ασχοληθείτε καλύτερα να προσπαθήσετε πρώτα να λύσετε όσες μπορείτε και μετά να κοιτάξετε τις λύσεις ……

( σας έχω εμπιστοσύνη!! ☺☺ )

***Άσκηση 1***

**Α)** $\left\{\begin{array}{c} 2x-3y=-1 , \\3x+2y=5\end{array}\right\} $

$$(πολλαπλασιάζουμε ώστε να δημιουργήσουμε αντίθετους συντελεστές στον άγνωστο x)$$

$ ⇛ \left\{ \begin{array}{c}-3∣2x-3y=-1 \\2∣3x+2y= 5\end{array} \right\} $⇛ $\left\{\begin{array}{c}-6x+9y=3 \\ 6x+4y=10 \end{array}\right\}$

 $ ⇛ 13y=13 ⇛ \frac{13y}{13}=\frac{13}{13} ⇛ y=1$

(αντικαθιστούμε στην εξίσωση $3x+2y= 5$ το y=1 και βρίσκουμε και το x)

Άρα : $\left\{\begin{array}{c}y=1\\3x+2y=5\end{array}\right\} ⇛\left\{\begin{array}{c}y=1\\3x+2∙1=5\end{array}\right\}⇛\left\{\begin{array}{c}y=1\\3x+2=5\end{array}\right\}⇛\left\{\begin{array}{c}y=1\\3x=5-2\end{array}\right\}⇛$

$$\left\{\begin{array}{c}y=1\\3x=3\end{array}\right\} ⇛ \left\{\begin{array}{c}y=1\\\frac{3x}{3}=\frac{3}{3}\end{array}\right\} ⇛ \left\{\begin{array}{c}y=1\\x=1\end{array}\right\}$$

$$B) \left\{\begin{array}{c} 2x-y=3 , \\ 4x-3y=5\end{array}\right\}$$

$$(πολλαπλασιάζουμε ώστε να δημιουργήσουμε αντίθετους συντελεστές στον άγνωστο x)$$

$ ⇛ \left\{ \begin{array}{c}-2∣2x-y=3\\ 1∣4x-3y=5\end{array} \right\} $⇛ $\left\{\begin{array}{c}-4x+2y=-6 \\ 4x-3y=5 \end{array}\right\}$

 $ ⇛ -y=-1 ⇛ y=1$

(αντικαθιστούμε στην εξίσωση $2x-y=3 $ το y=1 και βρίσκουμε και το x)

Άρα : $\left\{\begin{array}{c}y=1\\2x-y=3\end{array}\right\} ⇛\left\{\begin{array}{c}y=1\\2x-1=3\end{array}\right\}⇛\left\{\begin{array}{c}y=1\\2x=3+1\end{array}\right\}⇛\left\{\begin{array}{c}y=1\\2x=4\end{array}\right\}⇛$

$$ ⇛ \left\{\begin{array}{c}y=1\\\frac{2x}{2}=\frac{4}{2}\end{array}\right\} ⇛ \left\{\begin{array}{c}y=1\\x=2\end{array}\right\}$$

**Άσκηση 2**  $A) \left\{\begin{array}{c}2\left(x-1\right)+3\left(y+1\right)=6 , \\3-4\left(x-1\right)=3y\end{array}\right\}$

Πρώτα κάνουμε επιμεριστικές σε κάθε εξίσωση χωριστά:

$2\left(x-1\right)+3\left(y+1\right)=6⇛$ και $3-4\left(x-1\right)=3y⇛$

$$2x-2+3y+3=6⇛ και 3-4x+4=3y ⇛ $$

$$2x+3y=6+2-3⇛ και -4x-3y=-3-4⇛$$

$$2x+3y=5 και -4x-3y=-7$$

Έπειτα λύνουμε το σύστημα:

$\left\{\begin{array}{c}2x+3y=5\\-4x-3y=-7\end{array}\right\}⇛\left\{ \begin{array}{c}2∣2x+3y=5\\ 1∣-4x-3y=-7\end{array} \right\} $⇛ $\left\{\begin{array}{c}4x+6y=10\\-4x-3y=-7\end{array}\right\}⇛$

 $⇛ 3y=3 ⇛ \frac{3y}{3}=\frac{3}{3} ⇛ y=1$

Άρα : $\left\{\begin{array}{c}y=1\\2x+3y=5\end{array}\right\} ⇛\left\{\begin{array}{c}y=1\\2x+3∙1=5\end{array}\right\}⇛\left\{\begin{array}{c}y=1\\2x=5-3\end{array}\right\}⇛\left\{\begin{array}{c}y=1\\2x=2\end{array}\right\}$

$$⇛ \left\{\begin{array}{c}y=1\\\frac{2x}{2}=\frac{2}{2}\end{array}\right\} ⇛ \left\{\begin{array}{c}y=1\\x=1\end{array}\right\}$$

**Άσκηση 2**  $ Β)\left\{\begin{array}{c}2\left(3x-y\right)-\left(2y-4\right)=4\left(x-2\right) , \\3\left(x-y+2\right)=-2\left(y+3x\right)+3\end{array}\right\}$

Πρώτα κάνουμε επιμεριστικές σε κάθε εξίσωση χωριστά:

$$2\left(3x-y\right)-\left(2y-4\right)=4\left(x-2\right) ⇛ και 3\left(x-y+2\right)=-2\left(y+3x\right)+3⇛$$

$$6x-2y-2y+4=4x-8⇛ και 3x-3y+6=-2y-6x+3⇛$$

$$6x-2y-2y-4x=-4-8⇛ και 3x-3y+2y+6x=-6+3 ⇛ $$

$$2x-4y=-12 ⇛ και 9x-y=-3 $$

$$απλοποιούμε διαιρώντας με το 2$$

$$x-2y=-6$$

$$ $$

Έπειτα λύνουμε το σύστημα:

$$\left\{\begin{array}{c}x-2y=-8\\9x-y=-3\end{array}\right\}⇛\left\{ \begin{array}{c} 1∣x-2y=-8\\ -2∣9x-y=-3\end{array} \right\} ⇛\left\{ \begin{array}{c} x-2y=-6\\-18x+2y=6\end{array} \right\} ⇛ $$

 $⇛ -17x=0 ⇛ x=1$

Άρα : $\left\{\begin{array}{c}χ=0\\x-2y=-8\end{array}\right\} ⇛\left\{\begin{array}{c}χ=0\\-2y=-8\end{array}\right\}⇛\left\{\begin{array}{c}χ=0\\\frac{-2y}{-2}=\frac{-8}{-2}\end{array}\right\}⇛\left\{\begin{array}{c}χ=0\\y=4\end{array}\right\}$

**Άσκηση 3**  $Α) \left\{\begin{array}{c}\frac{y-1}{3}+\frac{x-1}{2}=2 , \\\frac{x-1}{3}=\frac{19}{6}-\frac{y+1}{2}\end{array}\right\}$

Πρώτα πολλαπλασιάζουμε με το ΕΚΠ για να γίνει απαλοιφή παρανομαστών σε κάθε εξίσωση χωριστά:

$$6∙\frac{y-1}{3}+6∙\frac{x-1}{2}=6∙2⇛ και 6∙ \frac{x-1}{3}=6∙\frac{19}{6}-6∙\frac{y+1}{2}⇛ $$

$$2\left(y-1\right)+3\left(x-1\right)=12⇛ και 2\left(x-1\right)=19-3(y+1)⇛$$

$$2y-2+3x-3=12⇛ και 2x-2=19-3y-3⇛$$

$$2y+3x=2+3+12⇛ και 2x+3y=2+19-3⇛$$

$$3x+2y=17⇛ και 2x+3y=18$$

Έπειτα λύνουμε το σύστημα:

$$\left\{\begin{array}{c}3x+2y=17\\2x+3y=18\end{array}\right\}⇛\left\{ \begin{array}{c} 3∣3x+2y=17\\-2∣2x+3y=18\end{array} \right\} ⇛\left\{ \begin{array}{c} 9x+6y=51\\-4x-6y=-36\end{array} \right\}⇛ $$

 $⇛ 5x=15 ⇛ \frac{5x}{5}=\frac{15}{5} ⇛ x=3$

Άρα : $\left\{\begin{array}{c}x=3\\2x+3y=18\end{array}\right\} ⇛\left\{\begin{array}{c}x=3\\2∙3+3y=18\end{array}\right\}⇛\left\{\begin{array}{c}x=3\\3y=18-6\end{array}\right\}⇛\left\{\begin{array}{c}x=3\\3y=12\end{array}\right\}$

 $ ⇛\left\{\begin{array}{c}x=3\\\frac{3y}{3}=\frac{12}{3}\end{array}\right\}⇛\left\{\begin{array}{c}x=3\\y=4\end{array}\right\}$

**Άσκηση 3** $B) \left\{\begin{array}{c}\frac{y-1}{12}=-\frac{x}{2}-\frac{1}{3} , \\\frac{x+1}{2}-\frac{3y-9}{4}=0\end{array}\right\}$

Πρώτα πολλαπλασιάζουμε με το ΕΚΠ για να γίνει απαλοιφή παρανομαστών σε κάθε εξίσωση χωριστά:

$$12∙\frac{y-1}{12}=-12∙\frac{x}{2}-12∙\frac{1}{3} ⇛ και 4∙\frac{x+1}{2}-4∙\frac{3y-9}{4}=4∙0⇛$$

$$y-1=-6x-4⇛ και 2\left(x+1\right)-\left(3y-9\right)=0⇛$$

$$6x+y=-3 και 2x+2-3y+9=0⇛2x-3y=-11 $$

Έπειτα λύνουμε το σύστημα:

$$\left\{\begin{array}{c}6x+y=-3\\2x-3y=-11\end{array}\right\}⇛\left\{\begin{array}{c} 3∣6x+y=-3\\ 1∣2x-3y=-11\end{array} \right\}⇛\left\{\begin{array}{c} 18x+3y=-9\\ 2x-3y=-11\end{array} \right\}⇛$$

 $⇛ 20x=-20 ⇛ \frac{20x}{20}=\frac{-20}{20} ⇛ x=-1$

Άρα : $\left\{\begin{array}{c}x=-1\\6x+y=-3\end{array}\right\} ⇛\left\{\begin{array}{c}x=-1\\6∙(-1)+y=-3\end{array}\right\}⇛\left\{\begin{array}{c}x=-1\\y=-3+6\end{array}\right\}⇛\left\{\begin{array}{c}x=-1\\y=3\end{array}\right\}$

**Άσκηση 4** $ A= \left\{\begin{array}{c}\left(x-1\right)^{2}+2y=x^{2}+5 , \\\\\left(y-2\right)\left(y+2\right)-8x=y^{2}-5y\end{array}\right\},$

Πρώτα να «ανοίγουμε» τις ταυτότητες

$$\left(x-1\right)^{2}+2y=x^{2}+5⇛ και \left(y-2\right)\left(y+2\right)-8x=y^{2}-5y⇛$$

$$x^{2}-2x+1+2y=x^{2}+5⇛ και y^{2}-4-8x=y^{2}-5y⇛$$

$$x^{2}-2x-x^{2}+2y=5-1⇛ και y^{2}-8x-y^{2}+5y=4⇛$$

$$-2x+2y=4⇛ και -8x+5y=4$$

$$απλοποιούμε διαιρώντας με το 2$$

$-x+y=2$

Έπειτα λύνουμε το σύστημα:

$$\left\{\begin{array}{c}-x+y=2\\-8x+5y=4\end{array}\right\}⇛\left\{\begin{array}{c} -8∣-x+y=2 \\ 1∣-8x+5y=4\end{array} \right\}⇛\left\{\begin{array}{c} 8x-8y=-16 \\ -8x+5y=4\end{array} \right\}$$

 $⇛ -3y=-12 ⇛ \frac{-3y}{-3}=\frac{-12}{-3} ⇛ y=4$

Άρα : $\left\{\begin{array}{c}y=4\\-x+y=2\end{array}\right\} ⇛\left\{\begin{array}{c}y=4\\-x+4=2\end{array}\right\} ⇛\left\{\begin{array}{c}y=4\\-x=-4+2\end{array}\right\} ⇛\left\{\begin{array}{c}y=4\\-x=-2\end{array}\right\} ⇛$

 $⇛\left\{\begin{array}{c}y=4\\x=2\end{array}\right\} $

**Άσκηση 4** $ B=\left\{\begin{array}{c}\left(x+1\right)^{2}-y^{2}=x^{2}-\left(y+2\right)^{2}+1 , \\\\x+4y=2-2y\end{array}\right\}$

Πρώτα να «ανοίγουμε» τις ταυτότητες

$$\left(x+1\right)^{2}-y^{2}=x^{2}-\left(y+2\right)^{2}+1⇛ και x+4y=2-2y⇛$$

$$x^{2}+2x+1-y^{2}=x^{2}-\left(y^{2}+4y+4\right)+1⇛ και x+4y+2y=2⇛$$

$$x^{2}+2x+1-y^{2}=x^{2}-y^{2}-4y-4+1⇛ και x+6y=2$$

$$x^{2}+2x-y^{2}-x^{2}+y^{2}+4y=-4+1-1⇛$$

$$2x+4y=-4⇛$$

$$απλοποιούμε διαιρώντας με το 2$$

$x+2y=-2$

Έπειτα λύνουμε το σύστημα:

$$\left\{ \begin{array}{c} x+2y=-2\\x+6y=2\end{array}\right\}⇛\left\{\begin{array}{c} -1∣x+2y=-2 \\ 1∣x+6y=2\end{array} \right\}⇛\left\{\begin{array}{c} -x-2y=2\\ x+6y=2\end{array} \right\}$$

 $ ⇛ 4y=4 ⇛ \frac{4y}{4}=\frac{4}{4} ⇛ y=1$

Άρα : $\left\{\begin{array}{c}y=1\\x+2y=-2\end{array}\right\} ⇛\left\{\begin{array}{c}y=1\\x+2∙1=-2\end{array}\right\} ⇛\left\{\begin{array}{c}y=1\\x=-2-2\end{array}\right\}⇛\left\{\begin{array}{c}y=1\\x=-4\end{array}\right\}$

Αν έχετε απορίες ή αν θέλετε απλώς να δω την προσπάθειά σας επικοινωνήστε μαζί μου στο ritamarinou2@gmail.com